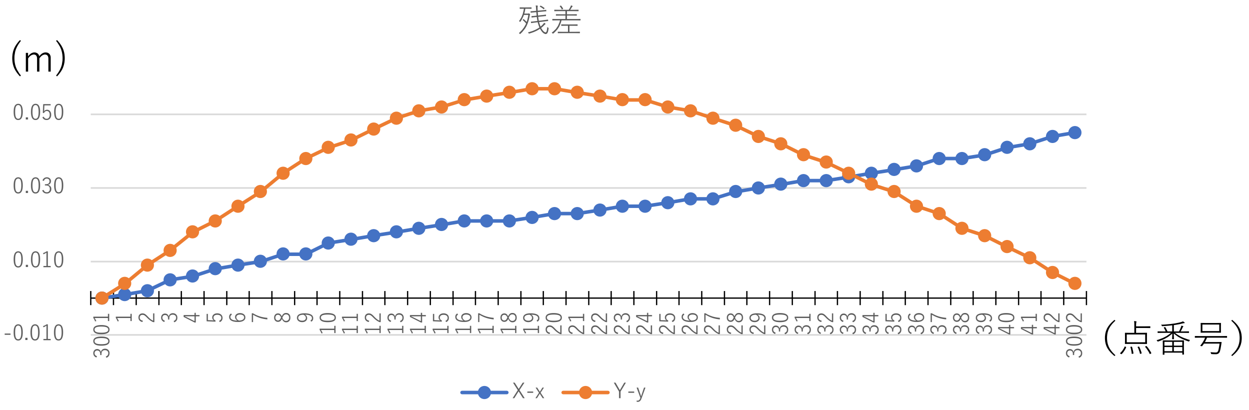
資料３

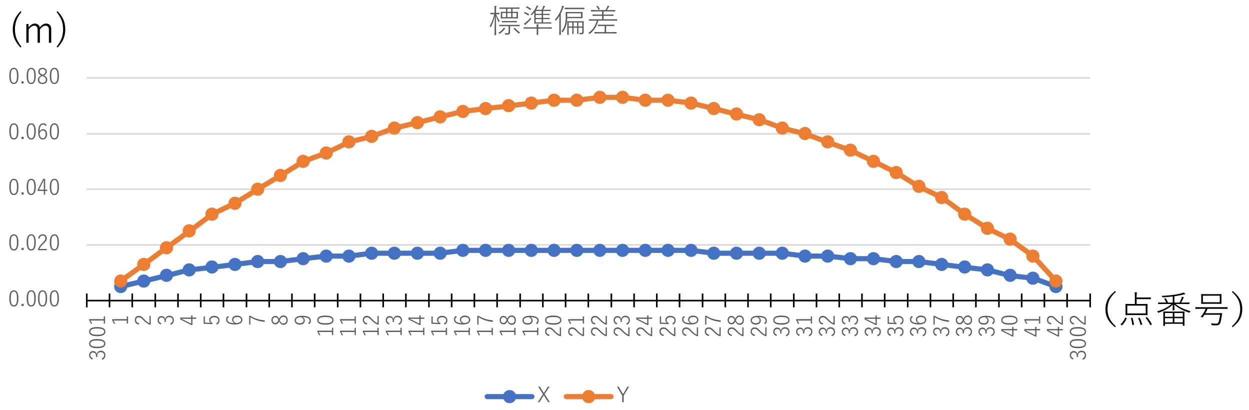
単路線網の平均計算についての再考

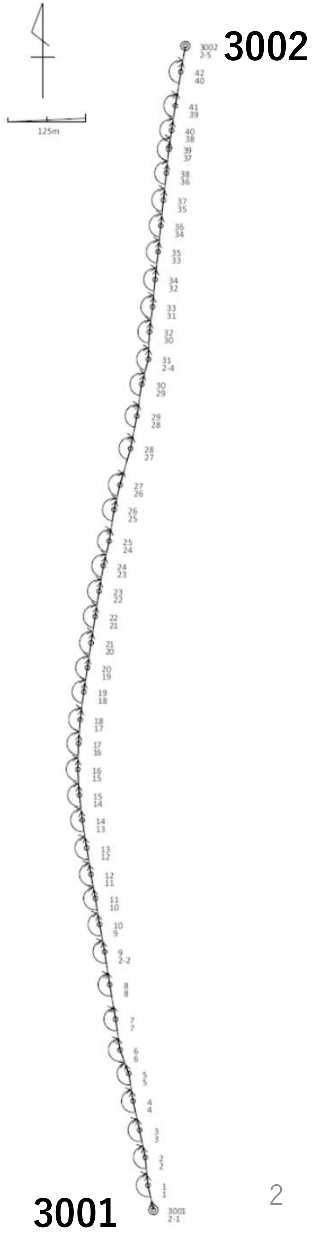
既知点（単路線の両端点）において
方向角の取付をしない無方向多角網の平均計算

4級基準点単路線の実例
方向角の取付観測がない事例（河川）

第3回研究会資料-5
スライド27の事例



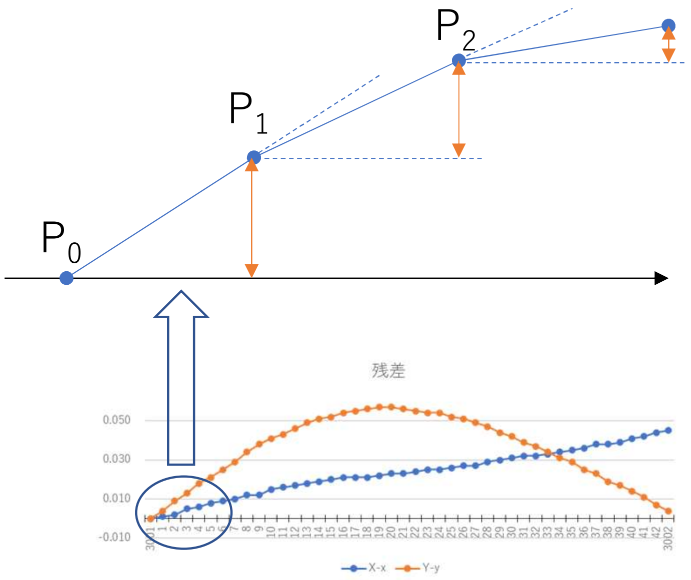


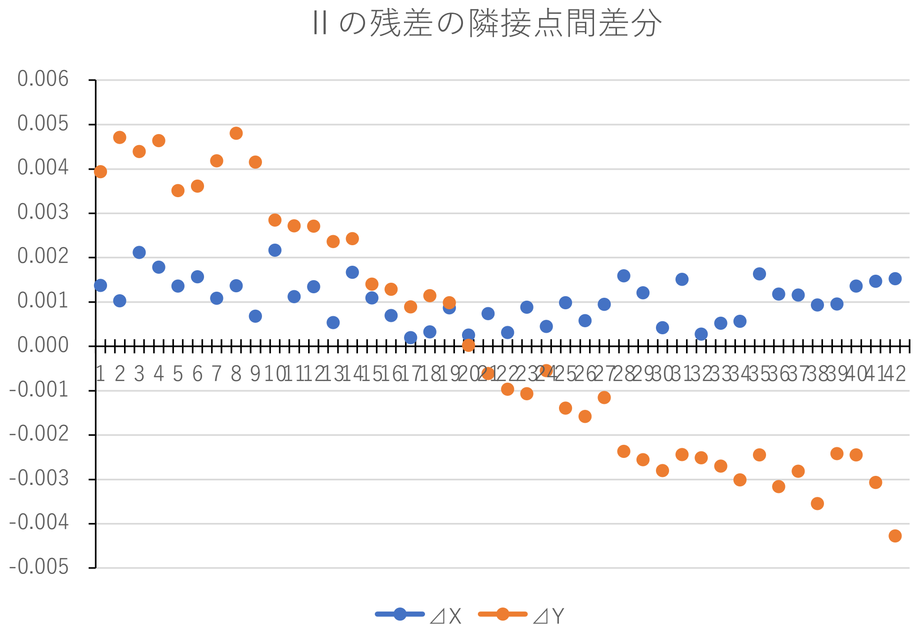


平均辺長：45m, 辺長合計：1982m, 辺数：45

隣接点間の残差の差分

- 既知点に一番近い点で残差が最大となる不自然さ





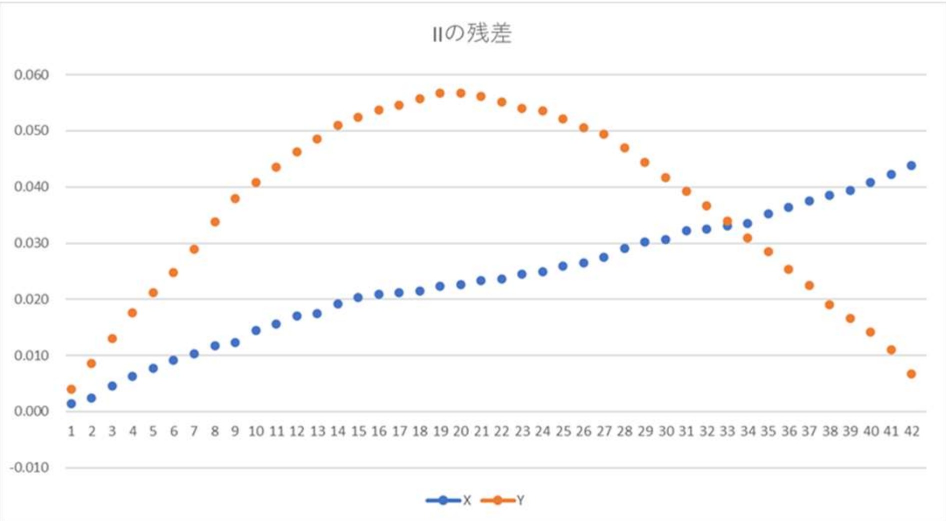
第5回研究会資料-6

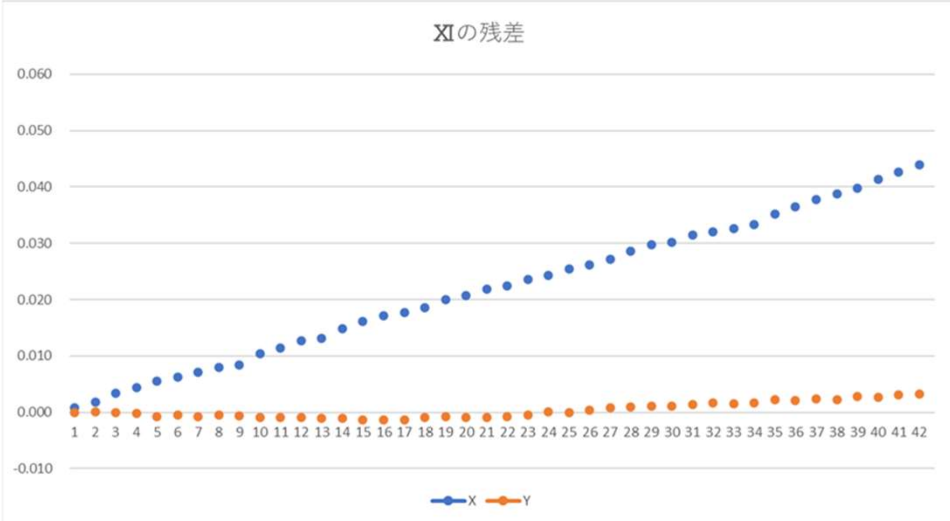
評定誤差の推定の有無による残差の比較

Y方向（測角に影響される方向）の残差が大きく異なる

ケースⅡ　評定誤差を推定する計算
重量計算の要素　　　Mt=13.5秒　Ms=0.010m　γ=5*10^-6
単位あたりの標準偏差　7.187秒

ケースⅨ　評定誤差を推定しない計算
重量計算の要素　　　Mt=13.5秒　Ms=0.010m　γ=5*10^-6
単位あたりの標準偏差　　　13.470秒



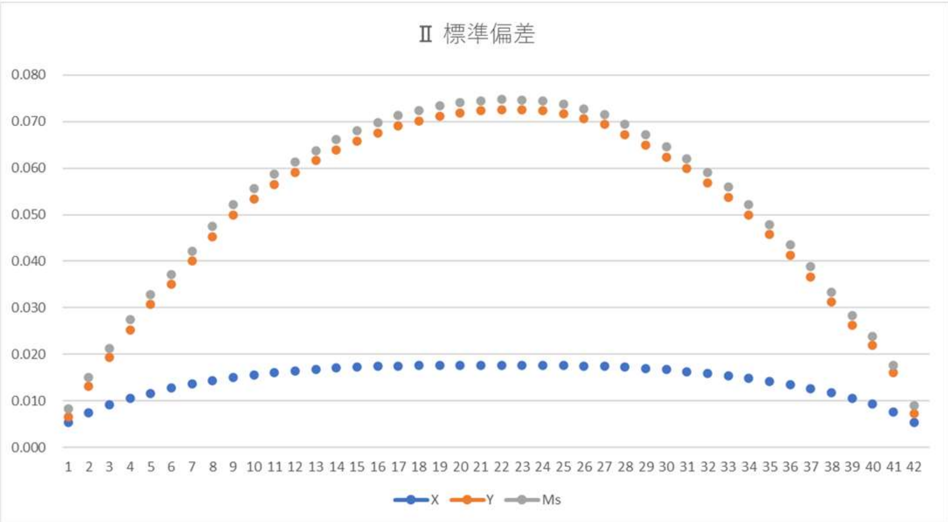


自由度2のχ^2検定で、仮設$s^2=\sigma_0^2$はどちらも棄却されない。

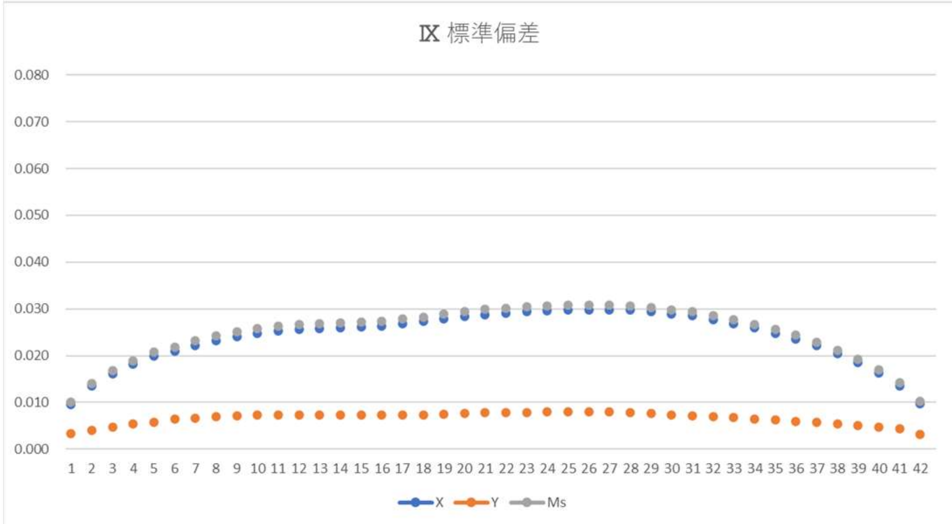
評定誤差の推定の有無による標準偏差の比較

Y方向（測角に影響される方向）の標準偏差が大きく異なる

ケースII　評定誤差を推定する計算



ケースIX　評定誤差を推定しない計算



右のケースIXが正しいとすると、辺数の多い単路線でも誤差の累積は小さい

第4回研究会における中根委員のご意見

- 多角測量は、図形が弱く、異常値の検出力が小さい
- （例として）東西方向の単路線を考え，出発点及び終点を固定する．出発点における方向角を与える．
- 点数が多いと南北方向のふらつきが大きくなる

無方向角の場合と同様に中央でふくらむ山形のグラフとなる

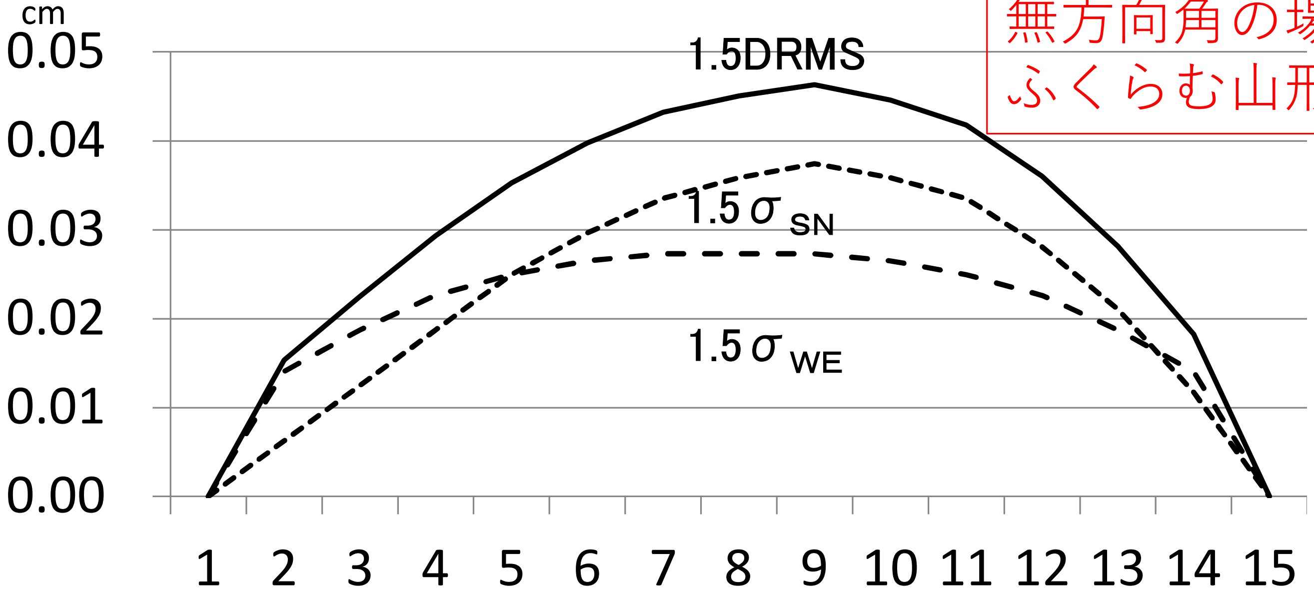


図1　14辺単路線多角測量の誤差推定

田島・石部（1999）の提案と指摘

- 田島・石部（1999）：無方向多角網の簡易平均法及び厳密網平均との精度の比較, APA No,73-5, pp38-47.

- 「方向角取付観測も多角網の網の強さを強化する」
- 「経済的負担とバランスがとれるほど大きなものではない」
- 「21世紀の多角測量は無方向多角測量が常態で、方向角取付多角は例外的とならざるを得ないであろう」

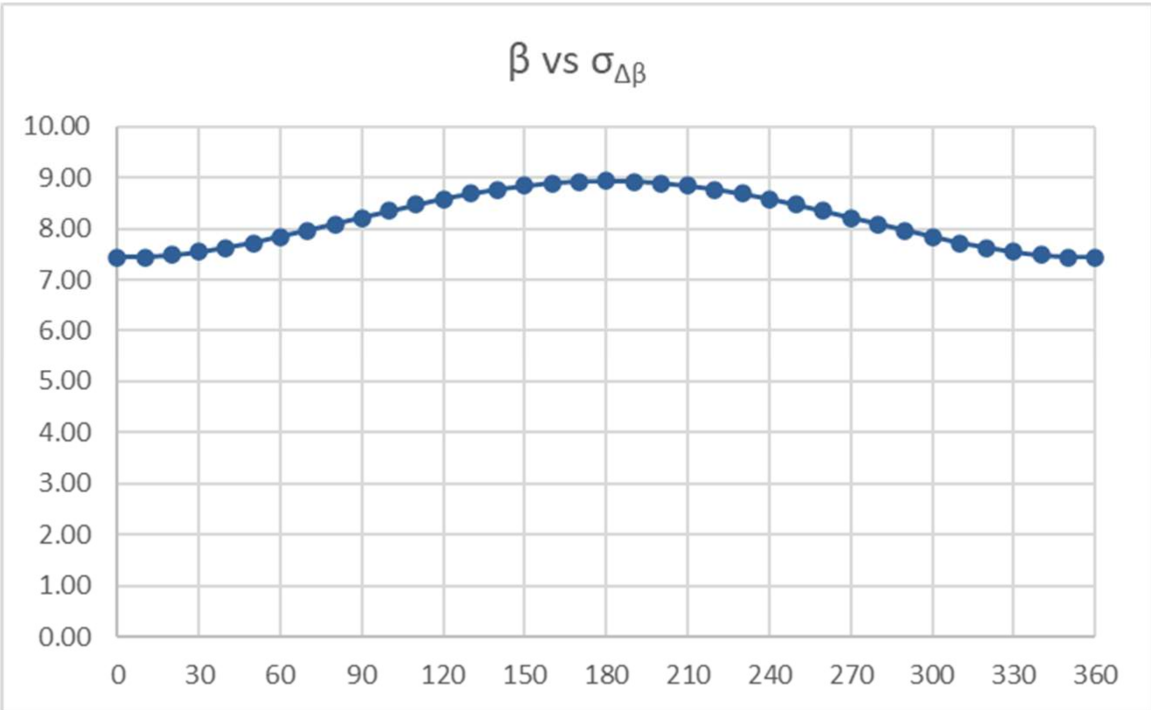
- 「<u>測角の分散については致心誤差の項が含まれず</u>、測角の重量Ptは距離に無関係に一定とされてきた。」
- 「<u>基準点測量では、Pt＝定数とはできず、評定誤差を消去するためのシュライバーの消去式も重量の異なる一般化された消去式を用いなければならない</u>」

致心誤差が測角の分散に及ぼす影響

- 前提条件
  - 測角部（実験観測による）
    - 水平角観測の1夾角<u>1対回</u>平均値の不確かさ：2.5秒（5秒読み2級TS）
      - 準則では、1.8秒（1級）、3.5秒（2級）、4.5秒（3級）、13.5秒（4級）
  - 致心誤差（実験観測による）
    - 仮に実験観測から得た値の2倍として
    - TSの致心の不確かさ：0.6mm
    - ミラーの致心の不確かさ：1.2mm　とする
  - 点間距離：50m（4級基準点相当）

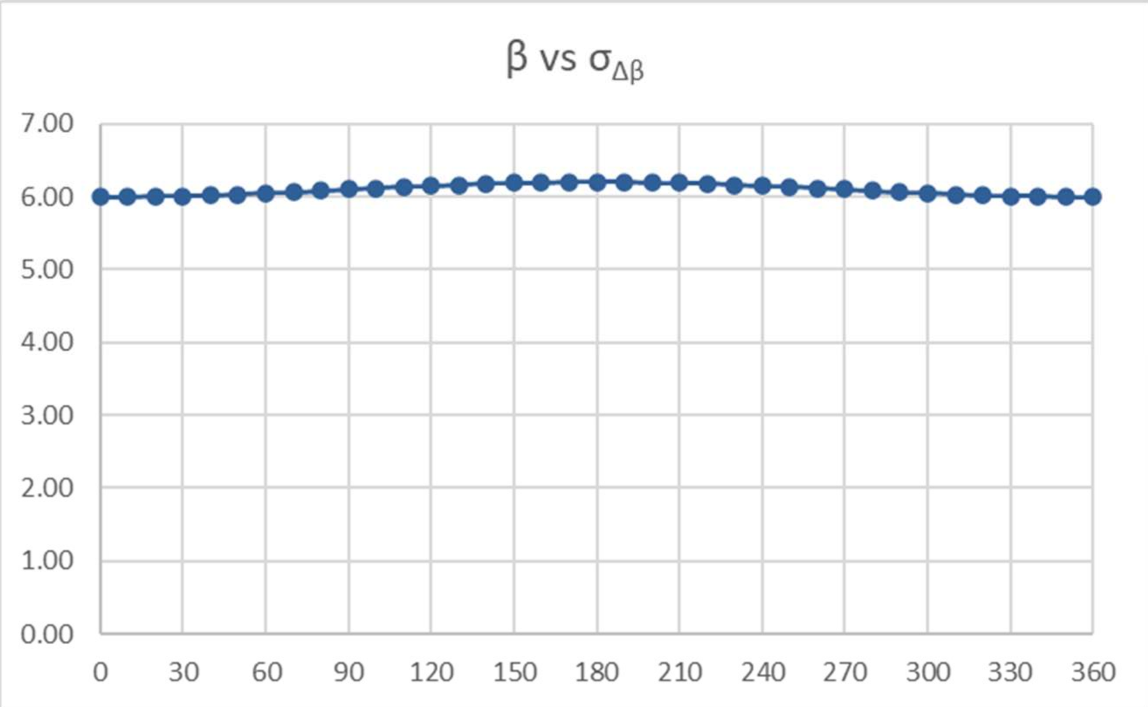
零方向の観測点が50mの距離にある時

- ゼロ方向からの角 β に依存するが、算術平均値で8.2秒



ゼロ方向の観測点が500m先にある時

- ゼロ方向からの角 β への依存は小さい。算術平均値で6.1秒
- ゼロ方向の距離を1km以上先にしてもほぼ同じ



重量Pへの影響は

$1/8.2^2 : 1/6.1^2 = 1 : 1.8$

網平均計算への影響

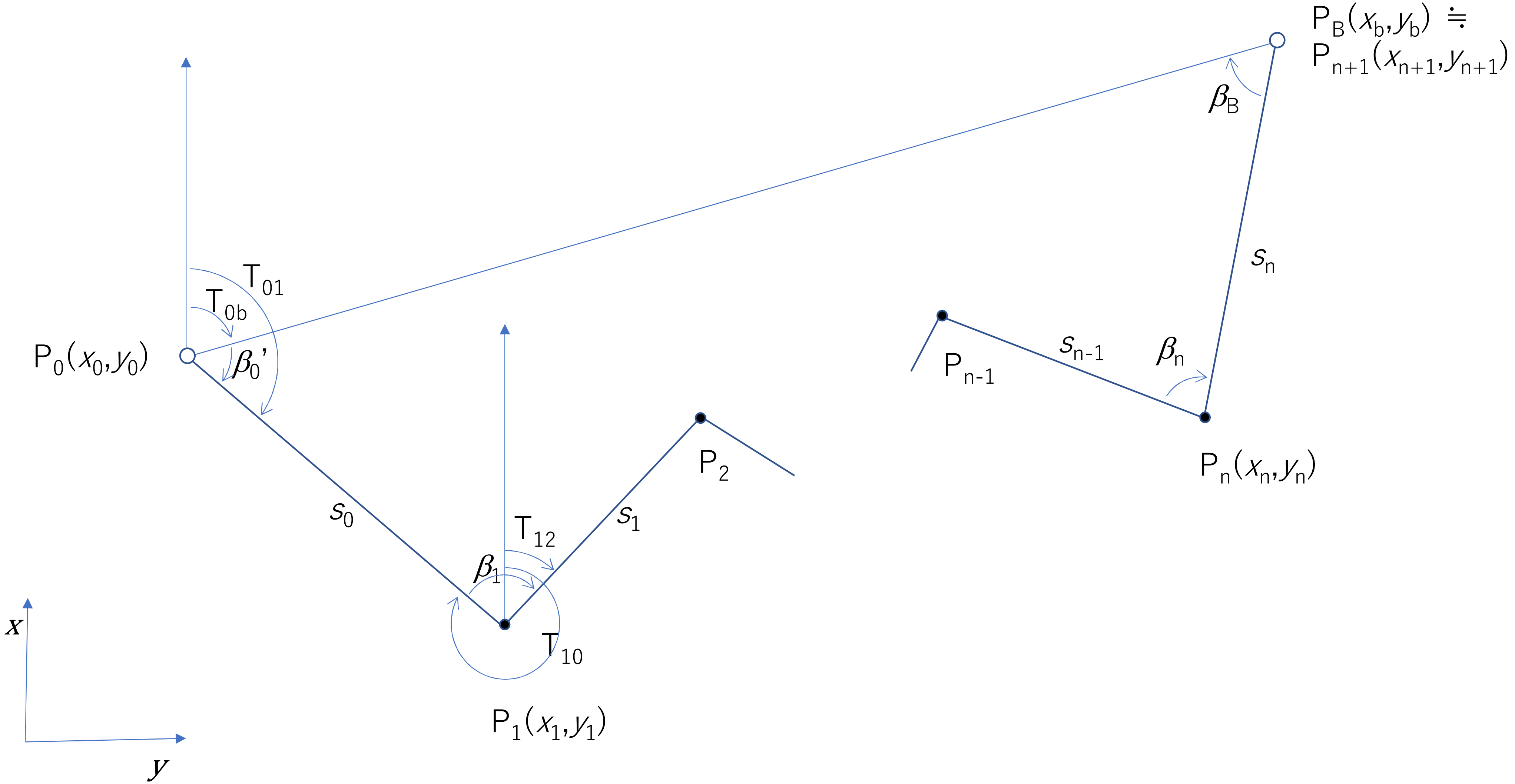
定性的考察に留まる

多角路線の設定

- 2つの既知点$P_0(x_0, y_0)$と$P_B(x_b, y_b)$を両端に持ち、その間を単路線でn点の新点$P_i(x_i, y_i)$ (i=1,・・・n)で結合する多角路線
- 多角路線の最終点P_{n+1}を既知点P_Bに閉合させる
- P_0においては無方向角観測とする
- 辺長と角は図示の通り
- 方向観測の観測方程式の一般形

$$v_{ij} = -z_i + a_{ij}\Delta x_i - b_{ij}\Delta y_i - a_{ij}\Delta x_j + b_{ij}\Delta y_j + T'_{ij} - Z'_i - L^b_{ij}$$

$$T'_{ij} - Z'_i - L^b_{ij} = l_{ij}$$


$P_B(x_b, y_b) \fallingdotseq$
$P_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1})$
β_B
s_n
T_{01}
T_{0b}
$P_0(x_0, y_0)$
β_0'
P_{n-1}
s_{n-1}
β_n
$P_n(x_n, y_n)$
P_2
s_0
s_1
T_{12}
β_1
T_{10}
x
y
$P_1(x_1, y_1)$

既知点P_0における観測方程式

- P_0では無方向角観測であるが、 P_0 P_Bを仮想の零方向、P_0 P_1を仮想の角観測β_0'とし、$P_0(x_0, y_0)$において観測方程式を立てる
- P_0P_B方向

$$v_{0b} = -z_0 + a_{0b}\Delta x_0 - b_{0b}\Delta y_0 - a_{0b}\Delta x_b + b_{0b}\Delta y_b + l_{0b}$$

上式において、$l_{0b} = 0$と置くと、

$$\underline{v_{0b} = -z_0}$$

- P_0P_1方向

$$v_{01} = -z_0 + a_{01}\Delta x_0 - b_{01}\Delta y_0 - a_{01}\Delta x_1 + b_{01}\Delta y_1 + l_{01}$$

$$\underline{v_{01} = -z_0 - a_{01}\Delta x_1 + b_{01}\Delta y_1 + l_{01}}$$

  - これら2式は∠P_B P_0 P_1を（仮想ではなく）実際に観測しても同じく成立

新点P_1における観測方程式

- 単純化のため、P_1P_0方向のみ考える

$$v_{10} = -z_1 + a_{10}\Delta x_1 - b_{10}\Delta y_1 - a_{10}\Delta x_0 + b_{10}\Delta y_0 + l_{10}$$

$$\underline{v_{10} = -z_1 + a_{10}\Delta x_1 - b_{10}\Delta y_1 + l_{10}}$$

P_0, P_1における観測方程式と正規方程式

- 観測方程式のP_0, P_1に係る部分

$$\begin{pmatrix} v_{0b} \\ v_{01} \\ v_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -a_{01} & b_{01} \\ 0 & 1 & a_{10} & -b_{10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_0 \\ z_1 \\ \Delta x_1 \\ \Delta y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ l_{01} \\ l_{10} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{A} \quad \boldsymbol{X} + \boldsymbol{L}; \quad \boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- 正規方程式

$$^t\boldsymbol{APAX} + {}^t\boldsymbol{APL} = 0$$

  - 1行目だけ書き下すと

$$(p+1)z_0 + a_{01}\Delta x_1 - b_{01}\Delta y_1 = l_{01}$$

$$z_0 = \frac{1}{p+1}(-a_{01}\Delta x_1 + b_{01}\Delta y_1 + l_{01})$$

- 重量pが$p > 1$の場合、 z_0は$p = 1$のときよりも小さくなるはず。

⇒従来の方法（重量がすべて1）で計算するとz_0は過大になるのではないか。

⇒無方向角観測の場合は$p \to \infty$と考えると$z_0 \to 0$と考えてよいのか。